

ZADANIE

Dla I klasy liceum z B23

1. Metryczka zadania

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B23-7	7.2	łatwe	3	5

2. Treść zadania

Czworokąt $ABCD$ jest kwadratem.

- A. Uzasadnij, że stosunek długości promienia okręgu opisanego na tym kwadracie do długości promienia okręgu wpisanego w ten kwadrat wynosi $\sqrt{2}$.
- B. Podaj przykład, że założenie, iż czworokąt jest kwadratem jest założeniem istotnym.

3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)

- A. Założenie: Czworokąt $ABCD$ jest kwadratem. Niech R będzie długością promienia okręgu opisanego na tym kwadracie, a r długością promienia okręgu wpisanego w ten kwadrat.

Teza: $\frac{R}{r} = \sqrt{2}$.

Dowód. Oznaczmy przez a długość boku kwadratu $ABCD$. Środek okręgu wpisanego w kwadrat leży na przecięciu symetralnych boków kwadratu. Zatem $r = \frac{a}{2}$. Natomiast środek okręgu opisanego na tym kwadracie leży na przecięciu przekątnych tego kwadratu. Z twierdzenia Pitagorasa wynika, że przekątna tego kwadratu ma długość $a\sqrt{2}$. Stąd $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Zatem $\frac{R}{r} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{2}$.

- B. Jeżeli czworokąt $ABCD$ nie jest kwadratem to może nie istnieć okrąg wpisany w ten czworokąt lub okrąg opisany na tym czworokącie. Dla przykładu, jeżeli czworokąt ten jest prostokątem to sumy przeciwległych boków są różne $|AB| + |CD| \neq |BC| + |DA|$. Jeżeli czworokąt jest równoległobokiem niebędącym rombem ani prostokątem to nie istnieje ani okrąg wpisany w niego, ani opisany na nim. Jest tak ponieważ sumy boków i kątów przeciwległych są różne.

4. Schemat oceniania

zadanie	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
A	analiza tematu zadania (zapisanie założenia i tezy twierdzenia)	1
	skorzystanie ze wzorów na długości promieni i wyliczenie ich stosunku	1
B	podanie poprawnego przykładu	1

5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

zadanie powtórkowe, praca domowa